



CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „PETRU MAIOR”
Colegiul „Petru Maior” Reghin
EDIȚIA a II-a, 9.04.2022

Clasa a IX-a

Filiera tehnologică, profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Pentru fiecare problemă se acordă maxim 7 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Problema 1

Demonstrați că numerele $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ nu pot fi:

- a) termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. (3p)
- b) termeni ai unei progresii aritmetice. (4p)

Problema 2

a) Fie $a, b \in [0, \infty)$. Arătați că: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. (2p)

b) Fie $a, b, c \in \mathbf{R}$. Arătați că: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ (2p)

c) Fie $x, y, z \in (0, \infty)$, astfel încât $xy + yz + zx = 9$. Demonstrați că:

$$\sqrt{1+x^4} + \sqrt{1+y^4} + \sqrt{1+z^4} \geq 3 \cdot \sqrt{6} \quad (3p)$$

Problema 3

În triunghiul ABC $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{5} \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{5} \overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{5} \overrightarrow{BC}$. Scrieți vectorul \overrightarrow{EF} în funcție de $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ și demonstrați că $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FG}$. (7p)

Problema 4

Să se demonstreze egalitatea : $\frac{1+\sin x}{\sin x + \cos x} \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + \frac{1-\sin x}{\sin x - \cos x} \cdot \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2}$ (7p)